Faksimile-Reprint der Auflage von 1865
Verlag Carl Meyer, übersetzt von Carl Haase

Verlag Kessel
Eifelweg 37
53424 Remagen-Oberwinter
Tel.: 02228-493
Fax: 03212-1024877
E-Mail: nkessel@web.de
www.verlagkessel.de

Druckerei Sieber
Rübenacher Str. 52
56220 Kaltenengers
www.business-copy.com

ISBN: 978-3-941300-13-2

THEORIA
MOTUS CORPORUM COELESTIUM

IN

SECTIONIBUS CONICIS SOLEM AMBIENTIUM

AUCTORE

CAROLO FRIDERICO GAUSS.



Gedenkmedaille (Bronze), aus Anlass des Todes von Carl Friedrich Gauss im Jahre 1855 auf Befehl König Georg V. geschaffen von dem hannoverschen Medailleur Heinrich Friedrich Brehmer (1815-1889). Das Porträt (Profilbild) gestaltete Brehmer nach dem berühmten, 1855 noch zu Gauss' Lebzeiten von Hofbildhauer Christian Heinrich Hesemann (1814-1856) geschaffenen Gauss-Medaillon.

THEORIE

DER

BEWEGUNG DER HIMMELSKÖRPER

WELCHE

IN KEGELSCHNITTEN DIE SONNE UMLAUFEN.

VON

CARL FRIEDRICH GAUSS.

INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN

VON

CARL HAASE

KÖNIGLICH HANNOVERSCHEM KRIEGSRATHE, MITGLIEDE DER ASTRONOMISCHEN GESELLSCHAFT.

MIT EINEM ANHANGE,

sowie mit einer photographischen Abbildung der von Sr. Majestät dem Könige Georg V. von Hannover gestifteten Gauss-Medaille, einer Abbildung des Gauss'schen Geburtshauses in Braunschweig und dem Facsimile der Gauss'schen lateinischen und deutschen Handschrift.

HANNOVER.

CARL MEYER.

1865.

EX
BIBLIOTHECA
REG. ACADEMIAE
GEORG. AUG.

Druck von Wilh. Riemschneider in Hannover.

Vorwort des Uebersetzers.

Die im Anfange unseres Jahrhunderts von Gauss in der: **„Theoria motus corporum coelestium“** für die Rechnungen der theorischen Astronomie gegebenen Vorschriften gelten noch jetzt, mehr als funfzig Jahre nach dem Erscheinen derselben, als Norm.

Dies Werk, von dem es feststeht, dass es Gauss ursprünglich in deutscher Sprache geschrieben hat, ist seit längerer Zeit im Buchhandel vergriffen, und selbst beim Antiquar kostbar und selten.

Erst nach länger als 20 Jahren ist eine neue Ausgabe desselben als letzter Theil der Gauss'schen Gesammtwerke zu erwarten, deren Herausgabe von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschafften zu Göttingen veranstaltet ist. Aber auch dann wird dasselbe wiederum in lateinischer Sprache erscheinen.

Das Studium des Lateinischen wird jetzt vielleicht weniger allgemein so gründlich betrieben, wie ehedem. Dagegen hat entschieden die Zahl derer, die mit den exacten Wissenschaften sich beschäftigen, gegen früher in erfreulicher Weise sich gemehrt und auch die deutsche Sprache wird gegenwärtig im Auslande allgemeiner und eifriger erlernt.

Aber nicht nur für den Astronomen und Physiker hat die Gauss'sche Arbeit ein Interesse, sondern schon wegen der darin vorkommenden Theorie der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ihr eine weit grössere Attractionssphäre gesichert.

Eine deutsche Uebersetzung des klassischen Werkes wird daher unter diesen Verhältnissen mindestens ebenso gerechtfertigt erscheinen, als die vor einigen Jahren in Nordamerika herausgekommene englische Uebertragung, sowie die Uebersetzungen in die russische und französische Sprache.

Es sind in der gegenwärtigen deutschen Uebersetzung die Gauss'schen Bezeichnungen und Symbole in aller Strenge beibehalten, und es ist stets so viel als möglich Alles wörtlich übertragen. Daneben ist auf Erzielung von Correctheit in Zahlen und Formeln die grösste Sorgfalt verwendet. Das dem Originale beigefügte Druckfehlerverzeichnisss enthält nur sehr wenige desfallsige Angaben. Aber auch Dasjenige, was später hierüber in „v. Zach's Monatlicher Correspondenz“, sowie in „Gould's Astronomical Journal“ und in anderen Schriften veröffentlicht ist, kann weder Anspruch auf Vollständigkeit machen, noch ist es selbst in allen Punkten correct.

Ein Verzeichniss derjenigen Druckfehler des lateinischen Originals, welche in letzterem nicht bereits angegeben sind und welche bei der gegenwärtigen Uebersetzung Berücksichtigung gefunden haben, ist aus dem doppelten Grunde beigefügt, weil zunächst die Uebersetzung eines so klassischen Werkes unseres Erachtens die Verpflichtung hat, anzuführen, wo sie vom Originale abweicht und weil man ferner glaubte, den Besitzern jener Ausgabe dadurch hin und wieder einen Dienst zu erweisen.

Um das Auffinden der zahlreichen (nicht nach Artikeln, sondern nach der Seitenzahl gegebenen) Citate aus der „Theoria motus“ zu erleichtern, die in anderen astronomischen und mathematischen Werken sich befinden, sind die Seitenzahlen des Originals am Rande der Uebersetzung hinzugefügt.

In einem Anhange sind zunächst diejenigen Abhandlungen von Gauss zusammengestellt, auf die er in dem Hauptwerke als bereits früher von ihm veröffentlichte hinweist; sodann seine Umgestaltung der Olbers'schen Formeln zur Berechnung der parabolischen Bahn mit den übrigen hierauf sich beziehenden Rechnungsvorschriften und eine dem Gauss'schen Nachlasse entnommene, von Klinkerfues mitgetheilte, Reihenentwickelung für das Verhältniss des parabolischen Sectors zum Dreieck.

Die ausserdem noch hinzugefügten Tafeln bezwecken im Wesentlichen nur, die Annehmbarkeit für den practischen Rechner zu erhöhen.

Es sind hauptsächlich folgende:

1) Die von Gauss empfohlene, an Stelle der Barker'schen Tafel zu benutzende Burkhardt'sche Tafel in der Umgestaltung, wie solche in dem ersten Bande der Annalen der Kaiserlichen Sternwarte zu Paris gegeben ist.

2) Die Marth'schen Tafeln, nebst Abhandlung zur Bestimmung der Ortscoordinaten in einer Ellipse von starker Excentricität.

3) Die Klinkerfues'sche Tafel für die Auflösung der Lambert'schen Gleichung und das Verhältniss des Dreiecks zum parabolischen Sector, nebst der dazu gehörenden Abhandlung.

4) Die Encke'sche Tafel zur Auflösung der Gleichung IV im Artikel 141 der Theoria motus corporum coelestium.

Die Originale der beiden Briefe von Gauss an Schumacher, wovon Auszüge zur Anfertigung der Facsimiles der Gauss'schen Handschrift gewählt sind, wurden zu diesem Zwecke durch die Güte des Herrn Professors C. A. F. Peters in Altona zur Verfügung gestellt.

Hannover, im April 1865.

D. Ü.

Inhalt.

Seite

Vorrede . . . . . IX—XVI

Erstes Buch. Allgemeine Relationen unter den Grössen, durch welche die Bewegungen der Himmelskörper um die Sonne bestimmt werden.

Erster Abschnitt. Relationen, die einen einzelnen Ort in der Bahn betreffen 1

Zweiter Abschnitt. Relationen, die einen einzelnen Ort im Raume betreffen 55

Dritter Abschnitt. Relationen zwischen mehren Orten in der Bahn 100

Vierter Abschnitt. Relationen zwischen mehren Orten im Raume 152

Zweites Buch. Erforschung der Bahnen der Himmelskörper aus geocentrischen Beobachtungen.

Erster Abschnitt. Bestimmung der Bahn aus drei vollständigen Beobachtungen 160

Zweiter Abschnitt. Bestimmung der Bahn aus vier Beobachtungen, wovon nur zwei vollständig sind 235

Dritter Abschnitt. Bestimmung einer Bahn, die den Beobachtungen so viele man ihrer hat, sich möglichst genau anschliesst 250

Vierter Abschnitt. Ueber die Bestimmung der Bahnen mit Rücksicht auf Störungen 276

Figurentafel.

Druckfehler-Verzeichniss der lateinischen Ausgabe . . . . . A—F

Tafel I, II, III . . . . . 1—20

Anhang . . . . . 21—75

Fehler-Verzeichniss der deutschen Uebersetzung.

Anmerkung. Die am Rande des Textes in Klammern beigefügten Ziffern bezeichnen die Seitenzahlen der lateinischen Ausgabe, die hier deshalb hinzugefügt sind, um die Auffindung von Citaten aus der Theoria motus in anderen Werken zu erleichtern.

Inhaltsverzeichniss des Anhangs.

Seite

Schreiben des Herrn Hofraths Gauss, Directors der Göttinger Sternwarte an den Herausgeber der Astronomischen Nachrichten. Göttingen 1843, April 1. 21

Tafel aus dem ersten Bande der Pariser Annalen 22

Schreiben des Herrn Marth, Observators an der Sternwarte zu Durham, an den Herausgeber der Astronomischen Nachrichten (Nr. 1016) nebst Tafeln 28

Vorschriften, um aus der geocentrischen Länge und Breite eines Himmelskörpers, dem Orte seines Knotens, der Neigung der Bahn, der Länge der Sonne und ihrem Abstande von der Erde abzuleiten: des Himmelskörpers heliocentrische Länge in der Bahn, wahren Abstand von der Sonne und wahren Abstand von der Erde. Von Dr. Gauss in Braunschweig 42

Zusatz von Gauss zu Art. 90 und 100 der Theoria motus corporum coelestium 45

Auszug aus v. Zach's Monatlicher Correspondenz, Band 28 46

Tafel zur Auflösung der Lambert'schen Gleichung 52

Einige Bemerkungen zur Vereinfachung der Rechnung für die geocentrischen Orte der Planeten von Dr. Gauss in Braunschweig 53

Auszug aus einer Abhandlung des Herrn Professors Klinkerfues über Bahnbestimmungen von Planeten und Cometen (aus dem zehnten Bande der Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, pag. 196 bis 205). Bestimmung einer parabolischen Bahn aus drei Beobachtungen, von denen eine unvollständig ist. Mit Tafeln 59

Ueber den Ausnahmefall einer doppelten Bahnbestimmung aus denselben drei vollständigen Beobachtungen, nebst Tafeln zur Auflösung der Gleichung IV in Artikel 141 der Theoria motus corporum coelestium . . . . . 69—72



Das Geburtshaus von Carl Friedrich Gauss in Braunschweig

Das Curatoramt welches ich einmahl zu der Th. M. C. C zu machen im Sinn hatte, würde die Berechnung der rein parabolischen Bahn betroffen haben. Eigentlich ausgearbeitet ist darüber niemals etwas gewesen; einzelnes ist aber so aufgeschrieben, dass ich es später danach wohl wiederherstellen könnte. Allein meine nächsten Arbeiten werden sich jedenfalls auf die Fortsetzung meiner Geodätischen (theoretischen) Untersuchungen beziehen,

In eine ähnliche Categorie gehört auch die Frage über den Wiederabdruck meiner einzelnen Abhandlungen. Solange ich noch neue beifügen kann, werde ich schwerlich mich der Wiederherausgabe des ältern unterziehen.

Göttingen 1845 Jan. 5. Ihres ergebensten
C. F. G.

Ihren gefälligen Glückwunsch bekannt mich, mein Freund, welches Sie in Beziehung auf einen gewissen Punkt in Ihrem letzten Briefe zu erkennen geben, hat mir viel Vergnügen gemacht, da es fairly dieselbe Ansicht bekannt, die ich selbst hatte, aber in meinem letzten Briefe Ihnen gegenüber auszusprechen nicht wagte. Meine wirkliche Meinung war nemlich, dass

einem Ei mir meinen 1828 bei gliscere begangenen Fehler [Irrthum] aufgezeigt hatten, es doch vielleicht später demselben Fehler [1833] ganz zweckmässig hätte abschüssig machen können, weil es schon damals bei einem moderaten Lehrer den gewünschten Sinn einigermassen klar ist.

aus da ist.

In dem Fall ist es zum dritten mahl, und dann allerdings abschüssig, zu bessern, kann ich überzeugt sein kommen, dass ich einen ähnlichen Irrthum schreiben werde.

Göttingen 1848 April 29. Ihr ergebenster Gauss

Vorrede.

Nach Entdeckung der planetarischen Bewegungsgesetze fehlten dem Geiste Kepler's die Mittel nicht, um die Elemente der einzelnen Planeten aus den Beobachtungen abzuleiten. Tycho Brahe, von dem die praktische Astronomie zu einer bis dahin ungekannten Höhe erhoben war, hatte alle Planeten eine lange Reihe von Jahren hindurch mit grösster Sorgfalt und einer solchen Ausdauer beobachtet, dass für Kepler, als eines solchen Schatzes würdigsten Erben, nur die Sorge der Auswahl dessen verblieb, was zur Schaffung einer Vorlage behuf Erreichung jeden Zieles geeignet war. Diese Arbeit wurde gar sehr dadurch erleichtert, dass die mittleren Bewegungen der Planeten schon lange mit grösster Schärfe durch die ältesten Beobachtungen bestimmt waren.

Die Astronomen, welche später als Kepler es unternahmen, die Planetenbahnen auf Grund neuerer und vollkommnerer Beobachtungen noch genauer auszumessen, wurden dabei durch die nämlichen, oder durch noch bessere Hülfsmittel unterstützt. Denn es handelte sich nicht mehr darum, noch gänzlich unbekannte Elemente zu ermitteln, sondern es brauchten nur die bekannten um Kleinigkeiten verbessert und in engere Grenzen eingeschlossen zu werden.

Das von dem grossen Newton entdeckte Princip der allgemeinen Schwere eröffnete ein ganz neues Feld und lehrte, dass denselben Gesetzen, welche nach Kepler's Erfahrung die fünf Planeten regierten, nur mit einer kleinen Aenderung alle Himmelskörper nothwendig gehorchen müssen, wenig- (IV)
stens die, deren Bewegungen nur von der Kraft der Sonne gelenkt werden. Es hatte nämlich, auf das Zeugniss der Beobachtungen sich verlassend, Kepler ausgesprochen, dass die Bahn eines jeden Planeten eine Ellipse sei, in der die

Flächenräume um die, den einen Brennpunkt der Ellipse einnehmende Sonne gleichförmig und zwar so beschrieben werden, dass die Quadrate der Umlaufszeiten in verschiedenen Ellipsen sich verhalten wie die Cubikzahlen der grossen Halbaxen. Dagegen zeigte Newton, durch Aufstellung des Princips der allgemeinen Schwere, *a priori*, dass alle, von der anziehenden Kraft der Sonne regierten Körper in Kegelschnitten sich bewegen müssen, von denen uns die Planeten zwar nur eine Art, nämlich die Ellipsen zeigen, während die übrigen Arten, Parabeln und Hyperbeln, für gleich möglich gehalten werden müssen, falls nur Körper da sind, die der Kraft der Sonne mit der erforderlichen Geschwindigkeit entgegentreten; dass die Sonne stets den einen Brennpunkt des Kegelschnitts einnimmt; dass die Flächen, welche derselbe Körper in verschiedenen Zeiten um die Sonne beschreibt, diesen Zeiten proportional sind, und dass endlich die von verschiedenen Körpern in gleichen Zeiten um die Sonne beschriebenen Flächen sich wie die Quadratwurzeln der Halbparameter der Bahnen verhalten. Dies letztere Gesetz, welches bei der elliptischen Bewegung identisch mit dem letzten Kepler'schen Gesetze ist, erstreckt sich auch auf die parabolische und hyperbolische Bewegung, auf welche das Kepler'sche in Ermangelung der Umlaufszeiten sich nicht anwenden lässt. Jetzt war der Faden gefunden, unter dessen Leitung es möglich wurde, in das vorher unzugängliche Labyrinth der Cometenbewegungen einzudringen. Dies gelang so glücklich, dass zur Erklärung aller genau beobachteten Cometenbewegungen die einzige Hypothese, dass ihre Bahnen parabolisch seien, genügt. So hatte das System der allgemeinen Schwere der Analysis neue und glänzende Triumphe bereitet, und die Cometen, die bis dahin ungebändigt waren, oder die, wenn sie besiegt schienen, bald aufständisch und
(V) rebellisch wurden, liessen sich den Zügel anlegen, wurden Freunde aus Feinden und verfolgten ihren Weg in den von der Rechnung vorgezeichneten Bahnen, denselben ewigen Gesetzen wie die Planeten gläubig gehorchend.

Nun entstanden bei der Bestimmung der parabolischen Cometenbahnen aus den Beobachtungen weit grössere Schwierigkeiten, als bei Berechnung der elliptischen Planetenbahnen, hauptsächlich deshalb, weil die Cometen vermöge des kürzeren Zeitraumes ihrer Sichtbarkeit eine Auswahl von zu diesem oder jenem bequemen Beobachtungen nicht gestatteten, sondern den Geometer zwangen, diejenigen Beobachtungen zu benutzen, die der Zufall dargeboten

hatte, so dass man die besondern, bei den Planetenrechnungen angewandten Methoden kaum jemals gebrauchen konnte. Selbst der grosse Newton, der erste Geometer seines Jahrhunderts, verkannte die Schwierigkeit des Problems nicht, ging aber doch, wie sich das erwarten liess, auch aus diesem Kampfe siegreich hervor. Viele Geometer nach Newton wendeten ihre Bestrebungen diesem Probleme, wenn gleich mit verschiedenem Glücke, doch so zu, dass unseren Zeiten wenig zu wünschen übrig geblieben ist.

Man darf vor allen Dingen nicht ausser Acht lassen, dass auch bei diesem Probleme die Schwierigkeit glücklicher Weise durch die Kenntniss eines Elementes des Kegelschnittes vermindert wird, indem eben durch Voraussetzung einer parabolischen Bahn die grosse Axe als unendlich gross gesetzt wird. Denn alle Parabeln, wenn man von ihrer Lage absieht, unterscheiden sich von einander lediglich durch den grösseren oder kleineren Abstand ihres Scheitels vom Brennpunkte, während die Kegelschnitte, allgemein betrachtet, eine unendlich grössere Verschiedenheit zulassen. Zwar war kein genügender Grund zu der Annahme vorhanden, weshalb die Lauflinien der Cometen mit absoluter Genauigkeit parabolisch sein sollten; ja es war vielmehr unendlich wenig wahrscheinlich, dass die Natur jemals in eine solche Voraussetzung eingewilligt habe. Dennoch aber stand es fest, dass die Erscheinung eines Himmelskörpers, der sich in einer Ellipse oder Hyperbel (VI) bewegt, deren grosse Axe im Verhältniss zum Parameter ausserordentlich lang ist, in der Nähe des Perihels sehr wenig von der Bewegung in einer Parabel abweicht, die einen gleichen Abstand des Scheitels vom Brennpunkte hat, und dass dieser Unterschied um so kleiner herauskommt, je grösser jenes Verhältniss der Axe zum Parameter ist. Da ferner die Erfahrung gelehrt hatte, dass zwischen der beobachteten Bewegung und der für die parabolische Bahn berechneten Bewegung kaum jemals grössere Unterschiede übrig bleiben, als mit Sicherheit auf die Beobachtungsfehler (die hier gemeiniglich merklich genug sind) geschoben werden können, so hielten es die Astronomen für angemessen, bei der Parabel stehen zu bleiben. Und zwar mit Recht, da es an Hülfsmitteln fehlte, aus denen sich mit hinreichender Sicherheit schliessen liess, ob überhaupt und wie gross der Unterschied von der Parabel war. Ausnehmen muss man dabei den bekannten Halley'schen Cometen, der, als eine sehr gestreckte Ellipse beschreibend und in seiner Rückkehr zum Perihele

mehrfach beobachtet, uns eine periodische Umlaufszeit offenbarte. Dann aber ist, wenn solchergestalt die grosse Axe bekannt wird, die Berechnung der übrigen Elemente kaum für schwieriger zu halten, als eine parabolische Bahnbestimmung. Ich kann zwar nicht mit Stillschweigen übergehen, dass die Astronomen auch bei einigen anderen, etwas längere Zeit hindurch beobachteten Cometen die Bestimmung der Abweichung von der Parabel versucht haben. Aber alle zu dem Ende vorgeschlagenen oder angewandten Methoden stützen sich auf die Voraussetzung, dass die Abweichung von der Parabel nicht beträchtlich ist, wodurch dann in jenen Versuchen die vorher schon berechnete Parabel selbst eine genäherte Kenntniss der einzelnen Elemente (mit Ausnahme der grossen Axe oder der hiervon abhängenden Umlaufszeit) liefert, die dann nur durch kleine Aenderungen verbessert wird. Ausserdem muss man gestehen, dass alle die fraglichen Versuche — wenn man vielleicht den Cometen des Jahres 1770 ausnimmt — kaum je etwas Sicheres zu entscheiden vermogt haben.

(VII) Sobald man erkannte, wie die Bewegung des neuen, im Jahre 1781 entdeckten Planeten sich mit der parabolischen Hypothese nicht vereinigen lasse, begannen die Astronomen, ihr eine Kreisbahn anzupassen: eine Arbeit, die sich durch eine sehr leichte und einfache Rechnung erledigen lässt. Durch ein glückliches Geschick besass die Bahn dieses Planeten nur eine mässige Excentricität, und so gaben die unter jener Voraussetzung herausgebrachten Elemente wenigstens irgend welche Annäherung, auf welche nachher die Bestimmung der elliptischen Elemente sich stützen liess. Es traten noch mehre andere Glücksfälle hinzu. Denn die langsame Bewegung des Planeten und die geringe Neigung seiner Bahn gegen die Ebene der Ecliptik vereinfachten nicht nur die Rechnungen ausserordentlich und gestatteten die Benutzung besonderer Methoden, die auf andere Fälle nicht anwendbar sind, sondern zerstreuten zugleich die Besorgniss, dass der, in die Sonnenstrahlen eingetauchte Planet nachher die Bemühungen der Aufsucher vereiteln würde (eine Besorgniss, die sonst allerdings, besonders wenn überdies sein Licht weniger lebhaft gewesen wäre, hätte beunruhigen können). So konnte man denn mit Sicherheit eine genauere Bahnbestimmung bis dahin aufschieben, dass aus häufigeren und entfernteren Beobachtungen diejenigen sich auswählen liessen, welche zu diesem Zwecke besonders geeignet erschienen.

In allen Fällen daher, wo man die Bahn eines Himmelskörpers aus den Beobachtungen herleiten musste, existirten gewisse, nicht zu verachtende Vortheile, welche die Anwendung besonderer Methoden anriethen oder doch wenigstens erlaubten, und unter diesen Vortheilen war der vorzüglichste der, dass durch hypothetische Annahmen sich bereits eine genäherte Kenntniss gewisser Elemente erlangen liess, bevor man die Berechnung der elliptischen Elemente unternahm.

Nichtsdestoweniger erscheint es wunderbar genug, dass das allgemeine Problem:

„Die Bahn eines Himmelskörpers ohne jede hypothetische Voraussetzung aus Beobachtungen zu bestimmen, die keinen (VIII)
grossen Zeitraum umfassen und daher eine Wahl für die Anwendung besonderer Methoden nicht gestatten,“

bis zum Beginn dieses Jahrhunderts fast ganz vernachlässigt oder wenigstens von Niemandem mit Strenge und Würde behandelt ist, da es sich mindestens den Theoretikern wegen seiner Schwierigkeit und Eleganz hätte empfehlen können, wenn auch den Praktikern seine höchste Nützlichkeit noch nicht bekannt gewesen wäre. Es hatte sich aber bei Allen die sicher schlecht begründete Meinung eingebürgert, dass eine solche vollständige Bestimmung aus einen kürzeren Zeitraum umfassenden Beobachtungen unmöglich sei, während es gegenwärtig bereits völlig sicher ist, dass sich die Bahn eines Himmelskörpers aus guten, nur wenige Tage umfassenden Beobachtungen ohne jede hypothetische Voraussetzung schon hinreichend genähert bestimmen lässt.

Ich war auf gewisse Ideen verfallen, die zur Auflösung dieses grossen eben besprochenen Problems beitragen konnten, als ich im Monate September 1801, mit einer ganz verschiedenartigen Arbeit beschäftigt war. Nicht selten lässt man es in einem solchen Falle, um nicht zu sehr von einer angenehmen Untersuchung abgezogen zu werden, dahin kommen, dass Ideen-Verbindungen, die bei einer aufmerksameren Prüfung die reichsten Früchte hätten tragen können, durch Vernachlässigung untergehen. Vielleicht hätte auch diesen Ideen das nämliche Schicksal bevorgestanden, wenn sie nicht glücklicher Weise in eine Zeit gefallen wären, die nicht besser zu ihrer Bewahrung und

Begünstigung hätte gewählt werden können. Um jene Zeit nämlich ungefähr flog das Gerücht von der am 1. Januar jenes Jahres auf der Sternwarte zu Palermo geschehenen Entdeckung eines neuen Planeten durch Aller Mund, und bald gelangten die seit jener Epoche bis zum 11. Februar von dem ausgezeichneten Astronomen Piazzi angestellten Beobachtungen zur öffentlichen Kunde. Nirgends findet man sicher in den Annalen der Astronomie eine so
(IX) wichtige Gelegenheit, und sie hätte kaum wichtiger ausgedacht werden können, um die hohe Bedeutung des fraglichen Problems auf das deutlichste zu zeigen, als bei einer so grossen Probe und der drängenden Nothwendigkeit, wo alle Hoffnung, ein planetarisches Atom nach Verlauf ungefähr eines Jahres unter den unzähligen kleinen Sternen des Himmels wieder zu finden, einzig und allein von der Erkenntniss einer hinreichend genäherten Bahn abhing, die lediglich auf jene sehr wenigen Beobachtungen gestützt werden musste. Hätte ich je in gelegener Weise eine Probe anstellen können, was meine Ideen für den praktischen Gebrauch werth waren, als wenn ich sie damals zur Bahnbestimmung für die Ceres anwandte, für einen Planeten, der innerhalb jener 41 Tage einen geocentrischen Bogen von nur drei Graden beschrieben hatte, und der nach Ablauf eines Jahres an einer, weit von dort abgelegenen Region des Himmels aufgesucht werden musste? Die erste Anwendung dieser Methode ist im Monate October 1801 gemacht, und die erste heitere Nacht, in welcher der Planet nach Anleitung der daraus abgeleiteten Zahlen gesucht wurde (December 7. 1801 von Herrn von Zach) gab den Flüchtling den Beobachtungen wieder. Drei andere neue Planeten sind seit der Zeit entdeckt, und haben neue Gelegenheiten geboten, die Wirksamkeit und die Allgemeinheit der Methode zu prüfen und zu bestätigen.

Gleich nach Wiederauffindung der Ceres wünschten mehre Astronomen, dass ich die bei jenen Rechnungen angewandten Methoden öffentlich bekannt machen möge. Mehre Hindernisse standen aber entgegen, als dass ich schon damals diesen freundschaftlichen Aufforderungen hätte willfahren können: andere Geschäfte, der Wunsch, die Sache noch etwas ausführlicher durchzuarbeiten und vorzüglich die Erwartung, dass sich bei fortgesetzter Beschäftigung mit dieser Untersuchung verschiedene Theile der Auflösung zur Höhe grösserer Allgemeinheit, Einfachheit und Eleganz würden erheben lassen. Da mich diese Hoffnung nicht getäuscht hat, so glaube ich nicht, dass ich

diesen Verzug zu bereuen habe. Denn die anfangs angewandten Methoden*) haben zu wiederholten Malen so häufige und so grosse Aenderungen erlitten, dass zwischen der Art, wie damals die Ceres-Bahn gerechnet ist, und der in diesem Werke behandelten Einrichtung kaum die Spur einer Aehnlichkeit (X) geblieben ist. Obgleich es nun nicht meine Absicht ist, über alle diese allmählich mehr und mehr vollendeten Untersuchungen eine vollständige Schilderung zu schreiben, so habe ich doch bei mehren Gelegenheiten, namentlich wo es sich um eine schwierigere Aufgabe handelte, geglaubt, die früheren Methoden nicht allenthalben unterdrücken zu sollen. Ich habe vielmehr, abgesehen von den Lösungen der Hauptaufgaben, sehr Vieles, was während einer hinreichend langen Beschäftigung mit der Bewegung der Himmelskörper in Kegelschnitten, entweder der analytischen Eleganz halber, oder vorzugsweise des praktischen Gebrauchs wegen, als Bemerkenswerthes sich mir darbot, in diesem Werke ausgeführt. Stets jedoch habe ich den mir eigenen Sachen oder Methoden eine grössere Sorgfalt gewidmet, das Bekannte aber nur leichthin berührt, wo es der Zusammenhang der Sache zu erfordern schien.

Das ganze Werk ist in zwei Theile zerlegt. Im ersten Buche werden die Relationen unter den Grössen entwickelt, von welchen die Bewegung der Himmelskörper um die Sonne nach den Kepler'schen Gesetzen abhängig ist, und zwar in den zwei ersten Abschnitten diejenigen Relationen, wo nur ein einziger Ort an und für sich betrachtet wird, im dritten und vierten Abschnitte aber diejenigen, wo mehre Orte unter sich in Verbindung gebracht werden. Letztere beiden Abschnitte enthalten die Auseinandersetzung von Methoden, sowohl der gewöhnlich gebräuchlichen, als auch vorzüglich einiger anderen, die, wenn ich nicht irre, zum praktischen Gebrauche weit vorzuziehen sind, durch welche man von den bekannten Elementen zu den Erscheinungen übergeht. Diese Aufgaben enthalten vieles sehr Schwierige, was den Weg zu den umgekehrten Operationen anbahnt. Da inzwischen die Erscheinungen aus der künstlichen und intricaten Verwickelung der Elemente zusammengesetzt

*) In dieser Beziehung empfiehlt sich das Studium des durch von Lindenau in der v. Zach'schen Monatlichen Correspondenz (Band 20, S. 197) publicirten Aufsatzes von Gauss, der den Titel führt: „Summarische Uebersicht der zur Bestimmung der Bahnen der beiden neuen Hauptplaneten angewandten Methoden."

Anmerkung des Uebersetzers.

sind, so muss man dies Gewebe von Grund aus durchblickt haben, ehe man mit Hoffnung auf Erfolg die Entwirrung der Fäden und die Auflösung des
(XI) Werks in seine Bestandtheile unternehmen kann. Im ersten Buche werden daher die Instrumente und Hülfsmittel zusammengebracht, womit sodann im zweiten Buche dies schwierige Geschäft selbst vollbracht wird. Ein sehr grosser Theil der Arbeit besteht dann darin, dass jene Hülfsmittel gehörig gesammelt, in eine schickliche Anordnung gebracht und auf das vorgesteckte Ziel gerichtet werden.

Die schwierigeren Aufgaben sind grösstentheils durch passende Beispiele erläutert, die, wo es anging, stets von nicht fingirten Beobachtungen hergenommen sind. So wird nicht nur ein grösseres Vertrauen zu der Wirksamkeit der Methode erweckt, und der Gebrauch klarer vor Augen geführt, sondern ich hoffe auch, solchergestalt versichert zu sein, dass nicht die weniger Geübten von dem Studium dieser Dinge abgeschreckt werden, die zweifelsohne den fruchtbarsten und schönsten Theil der theorischen Astronomie ausmachen.

Geschrieben zu Göttingen, den 28. März 1809.

Erstes Buch.

Allgemeine Relationen unter den Grössen, durch welche die Bewegungen der Himmelskörper um die Sonne bestimmt werden.

Erster Abschnitt.

Relationen, die einen einzelnen Ort in der Bahn betreffen.

1.

Wir wollen die Bewegungen der Himmelskörper in diesem Werke nur insoweit betrachten, als solche von der Anziehungskraft der Sonne abhängig sind. Ausgeschlossen bleiben daher hier alle secundären Planeten, ingleichen die Störungen, welche die Primären wechselseitig auf sich ausüben, sowie auch alle rotatorischen Bewegungen. Die bewegten Körper selbst wollen wir als mathematische Punkte betrachten und voraussetzen, dass alle Bewegungen nach Massgabe der nachfolgenden Gesetze vor sich gehen, welche daher als die Grundlage aller Untersuchungen im gegenwärtigen Werke anzusehen sind.

I. Die Bewegung eines jeden Himmelskörpers geschieht beständig in der nämlichen Ebene, in welcher zugleich der Mittelpunkt der Sonne liegt.

II. Der von dem Körper beschriebene Linienzug ist ein Kegelschnitt, der seinen Brennpunkt im Mittelpunkte der Sonne hat.

III. Die Bewegung in jenem Linienzuge geht in der Weise vor sich, dass die in verschiedenen Zeitabschnitten um die Sonne beschriebenen Flächenräume diesen Zeitabschnitten proportional sind. Drückt man daher Zeiten und Flächenräume durch Zahlen aus, so ergiebt jeder Flächenraum, wenn man ihn durch die Zeit, innerhalb deren er beschrieben wurde, dividirt, einen unveränderlichen Quotienten.

IV. Für die verschiedenen, um die Sonne sich bewegenden Körper stehen die Quadrate dieser Quotienten im zusammengesetzten*) Verhältnisse der den Bahnen entsprechenden Parameter und der Summen der Sonnenmasse und der Massen der bewegten Körper.

Bezeichnet also $2p$ den Parameter der Bahn, in welcher der Körper einherzieht; μ die Stoffmenge dieses Körpers (die Masse Sonne $= 1$ gesetzt); $\frac{1}{2}g$ die Fläche, welche der Körper in der Zeit t um die Sonne beschreibt;

(2) so wird $\frac{g}{t\sqrt{p}.\sqrt{(1+\mu)}}$ eine Constante für alle Himmelskörper bilden.

Da es also gleichgültig ist, welchen Himmelskörper man zur Bestimmung dieser constanten Zahl benutzt, so wollen wir letztere aus der Bewegung der Erde ableiten, und dabei deren mittlere Entfernung von der Sonne zur Distanz-Einheit annehmen. Die Einheit der Zeit soll stets der mittlere Sonnentag sein. Bezeichnet man ferner mit π das Verhältniss der Peripherie zum Durchmesser des Kreises, so wird der Flächenraum der ganzen, von der Erde beschriebenen Ellipse offenbar sein $= \pi\sqrt{p}$, welcher daher $= \frac{1}{2}g$ zu setzen ist, wenn man für t das siderische Jahr annimmt, wodurch unsere Constante $= \frac{2\pi}{t\sqrt{(1+\mu)}}$ wird. Um den numerischen Werth dieser Constante, die wir im Folgenden mit k bezeichnen wollen, zu ermitteln, setzen wir nach der neuesten Bestimmung das siderische Jahr, oder $t = 365{,}256\,3835$, die Masse der Erde oder $\mu = \frac{1}{354710} = 0{,}000\,002\,8192$; dadurch wird erhalten:

log 2π	0,798 179 8684
compl. log t	7,437 402 1852
compl. log $\sqrt{(1+\mu)}$	9,999 999 3878
log k	8,235 581 4414
$k =$	0,017 202 09895

*) Das in der lateinischen Handschrift gebrauchte Wort „in ratione inversa“ soll heissen: „in ratione composita“, cfr. Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher, B. I, p. 17, wo die Worte in einem Briefe von Gauss an Schumacher vom 14. December 1809 lauten:

„Herrn ... bitte ich mich zu empfehlen und für die Anzeige des ärgerlichen Schreibfehlers „zu danken. In der deutschen Handschrift steht nicht im umgekehrten, sondern bloss im „zusammengesetzten Verhältniss; das erste Blatt der lateinischen Handschrift habe ich

2.

Die so eben erörterten Gesetze, weichen von den durch Kepler entdeckten nur in der Weise ab, dass sie in einer Form gegeben sind, die eine Anwendung auf alle Arten von Kegelschnitten gestattet, und dass dabei der Einwirkung des bewegten Körpers auf die Sonne, wovon der Factor $\sqrt{(1+\mu)}$ abhängt, Rechnung getragen ist. Wenn wir diese Gesetze als Erscheinungen betrachten, die aus unzähligen und unzweifelhaften Beobachtungen sich ergeben haben, so lehrt die Geometrie, welche Einwirkung von der Sonne auf die um Letztere bewegten Körper ausgeübt werden muss, um jene Erscheinungen beständig hervorzubringen. Auf diese Weise findet sich, dass die Einwirkung der Sonne auf die um sie laufenden Körper ganz so ausgeübt wird, als ob eine Anziehungskraft, deren Stärke dem Quadrate der Entfernung wechselseitig proportional wäre, die Körper gegen den Mittelpunkt der Sonne hintriebe. Geht man daher umgekehrt von der Annahme einer solchen Anziehungskraft als von einem Principe aus, so können jene Erscheinungen als nothwendige Folgen daraus abgeleitet werden. Hier mag eine blosse Erwähnung der Gesetze genügen, und es wird um so weniger erforderlich sein, an diesem Orte bei ihrem Zusammenhange mit dem Princip der Schwere zu verweilen, da seit dem grossen Newton noch mehre andere Schriftsteller jene Materie behandelt haben, und unter diesen Laplace in seinem vollendeten Werke „*Mécanique Céleste*“ in einer Weise, die (3)
nichts zu wünschen übrig lässt.

3.

Die Untersuchungen der Bewegungen der Himmelskörper, so weit solche in Kegelschnitten vor sich gehen, erfordern keineswegs eine vollständige Theorie dieser Art von Curven, und es wird daher eine einzige allgemeine Gleichung genügen, aus der wir Alles ableiten. Es erscheint deshalb

„verlegt und weiss also nicht, ob durch einen Druck- oder Schreibfehler inversa statt com-
„posita gesetzt ist, doch wohl das Letztere, ob ich gleich nicht begreife, wie es zugegangen ist.“
Anmerkung des Uebersetzers.